



MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 11.02.2022

CLASA a VI- a

BAREM DE CORECTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem .

Problema 1

- a) Aflați suma numerelor prime a, b, c pentru care:

$$a \cdot b^c = 2023$$

- b) Aflați numărul \overline{abc} știind că cifrele sale sunt numere prime care verifică egalitatea:

$$3 + \overline{ab} + 53\overline{ac} + \overline{bc} = 2023$$

Soluție:

a) $2023 = 7 \cdot 17^2$ 2p

Finalizare: $a = 7; b = 17; c = 2 \Rightarrow a+b+c = 26$ 1p

- b) Din calcule obținem $54\overline{ac} + 11b = 2020$; ținând cont de paritate

și cum b – număr prim $\Rightarrow b = 2$ 2p

$54\overline{ac} = 1998 \Rightarrow \overline{ac} = 37 \Rightarrow a = 3$ și $c = 7$ 1p

Finalizare: $\overline{abc} = 327$ 1p

Problema 2

Știind că: $\frac{x}{3} = \frac{y}{8}, \frac{y}{6} = \frac{z}{2}$ și $x^2 + y^2 + z^2 = 6489$.

- a) Aflați cât la sută reprezintă x din y .
b) Determinați numerele naturale x, y, z .

Soluție:

$$a) \frac{p}{100} \cdot y = x \Rightarrow \frac{p}{100} \cdot 8k = 3k \quad 2p$$

$$p = 37,5 \quad 1p$$

$$b) \frac{x}{9} = \frac{y}{24} \text{ și } \frac{y}{24} = \frac{z}{8} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{24} = \frac{z}{8} = k \Rightarrow x = 9k; y = 24k; z = 8k \quad 1p$$

$$(9K)^2 + (24K)^2 + (8K)^2 = 6489 \quad 1p$$

$$721k^2 = 6489 \quad 1p$$

$$k = 3 \Rightarrow x = 27; y = 72; z = 24 \quad 1p$$

Problema 3

Arătați că mulțimea $M = \left\{ \frac{252}{3}; \frac{253}{4}; \frac{254}{5}; \dots \right\}$ conține un singur număr natural pătrat perfect.

GAZETA MATEMATICA, 1/2022

Soluție:

Forma generală a elementelor mulțimi M este $\frac{252+n}{3+n}$, unde $n \in \mathbb{N}$. 2p

$$\frac{252+n}{3+n} = \frac{249+3+n}{3+n} = \frac{249}{3+n} + \frac{3+n}{3+n} = \frac{249}{3+n} + 1 \in \mathbb{N}, \Rightarrow 3+n \in D_{249}. \quad 1p$$

Astfel $3+n \in \{1, 3, 83, 249\}$ de unde $n \in \{0, 80, 246\}$. 2p

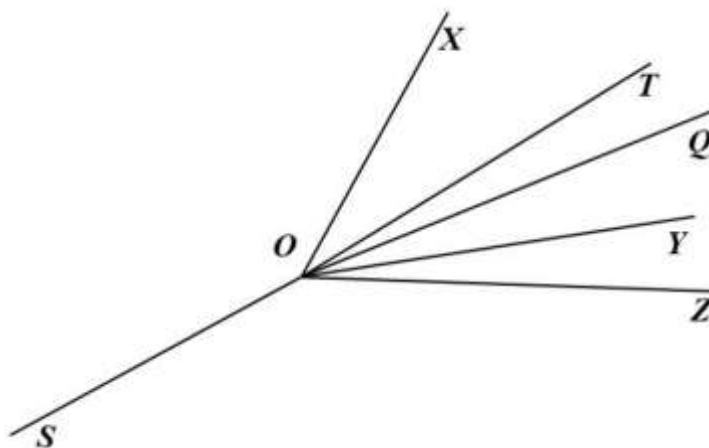
Pentru $n=80$ fracția devine $\frac{332}{83} = 4$, care este pătrat perfect.

Celelalte valori conduc la rezultatele 84 și 2 care nu sunt pătrate perfecte. 2p

Problema 4

Fie unghiurile adiacente XOY și YOZ ($\angle XOY > \angle YOZ$) și semidreptele OT și OQ bisectoarele unghiurilor XOY , respectiv XOZ . Dacă OS este semidreapta opusă semidreptei OT , $\angle XOQ = 40^\circ$ și $\angle SOZ = 130^\circ$. Determinați măsurile unghiurilor XOY și YOZ .

Soluție:



Realizarea unei figuri corecte

1p

$$[OQ \text{ bisectoarea } \angle XOZ \Rightarrow \angle XOQ = \angle QOZ = \frac{\angle XOZ}{2} = 40^\circ \Rightarrow \angle XOZ = 80^\circ$$

1p

$$\angle XOS = 360^\circ - \angle SOZ - \angle XOZ = 360^\circ - 130^\circ - 80^\circ = 150^\circ$$

1p

$$\angle XOT = \angle SOT - \angle SOX = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

2p

$$[OT \text{ bisectoarea } \angle XOY \Rightarrow \angle XOY = 2 \cdot \angle XOT = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

1p

$$\angle XOY + \angle YOZ = \angle XOZ \Rightarrow 60^\circ + \angle YOZ = 80^\circ \Rightarrow \angle YOZ = 20^\circ$$

1p